

बी.एस.सी.- प्रथम वर्ष

आंतरिक मूल्यांकन परीक्षा 2021-22 (ऑनलाईन)

विषय - गणित

प्रश्नपत्र - प्रथम (बीजगणित एवं त्रिकोणमिति)

पूर्णांक - 50

नोट - प्रत्येक इकाई से कोई दो प्रश्न हल करें। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

इकाई - I

प्रश्न (1) (अ) यदि $X_1 = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$, $X_2 = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ तथा

$X_3 = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ तो दर्शाइये कि सदिश X_1, X_2 तथा X_3 ऐक्यिक परतंत्र हैं।

(ब) कैले - हेमिल्टन प्रमेय को लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

(स) प्रारम्भिक उपान्तरण की सहायता से निम्न आव्यूह का न्युनक्रम ज्ञात कीजिए -

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

इकाई - II

प्रश्न (2) (अ) आव्यूह विधि से निम्नलिखित समीकरणों का हल ज्ञात कीजिए -

$$x + 2y + 3z = 14$$

$$3x + y + 2z = 11$$

$$2x + 3y + z = 11.$$

(ब) भागफल एवं शेषफल ज्ञात कीजिए जबकि

$$x^5 - 3x^4 + x^3 - 8x - 135 \text{ को } x-4 \text{ से भाग दिया जाता है।}$$

(स) यदि समीकरण $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ के दो मूलों का
सेवा तीसरे मूल के बराबर हो, तो सिद्ध कीजिए कि
 $p^3 - 4pq + 8r = 0$

इकाई - III

प्रश्न(3)(अ) यदि $f: X \rightarrow Y$ एकेकी आच्चादक है, तो सिद्ध कीजिए
कि f^{-1} भी एकेकी आच्चादक है।

(ब) सिद्ध कीजिए कि समूह G के दो उपसमूहों का सर्वनिष्ठ
(Intersection) G का उपसमूह होता है।

(स) निम्नलिखित को परिभाषित कीजिए -

- (i) घट्टीय समूह , (ii) प्रसमान्य उपसमूह

इकाई - IV

प्रश्न(4)(अ) निम्नलिखित की परिभाषा लिखिए -

- (i) समूहों की समाकारिता
- (ii) समूहों की तुल्याकारिता

(ब) यदि $f: G \rightarrow G$ कोई समूह समाकारिता है तो f
एकेक होगा यदि और केवल यदि $\text{Ker } f = \{e\}$,
जहाँ $\text{Ker } f$, f की अष्टि है।

(स) यदि R एक वलय इस प्रकार है कि $a^2 = a \quad \forall a \in R$
तो सिद्ध कीजिये कि -

$$(i) a+a=0 \quad \forall a \in R$$

$$(ii) a+b=0 \Rightarrow a=b, b \in R$$

इकाई - V

प्रश्न(5)(अ) यदि n कोई धन पूर्णांक है तो सिद्ध कीजिए कि

$$(1+i)^n + (1-i)^n = 2^{\frac{n}{2}+1} \cos \frac{n\pi}{4}$$

(ब) $\sin 7\theta$ के $\sin \theta$ और $\cos \theta$ की घातों में प्रसार कीजिये

(स) सिद्ध कीजिए कि

$$i \log \frac{xe-i}{x+i} = \pi - 2 \tan^{-1} \frac{1}{xe}$$

—X-X-X—

बी.एस.सी.- प्रथम वर्ष

आंतरिक मूल्यांकन परीक्षा 2021-22 (ऑनलाइन)

विषय - गणित

प्रश्नपत्र - द्वितीय (कलन)

पूर्णांक - 50

नोट - प्रत्येक इकाई से कोई दो प्रश्न हल करें। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

इकाई - I

प्रश्न(1)(अ) सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित कलन $x=0$ पर संतत व अवकलनीय है -

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x=0 \end{cases}$$

(ब) यदि $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि

$$x^2 y_2 + xy_1 + y = 0$$

$$\text{और } x^2 y_{n+2} + (2n+1)x y_{n+1} + (n^2+1)y_n = 0.$$

(स) टेलर प्रमेय से $\tan^{-1}x$ का $(x-\frac{\pi}{4})$ की घातों से प्रसार ज्ञात कीजिए।

इकाई - II

प्रश्न(2)(अ) वक्त $x^3 - 2y^3 + xy(2x-y) + y(x-1) + 1 = 0$ की अनंत स्पर्शीयाँ ज्ञात कीजिए।

(ब) परवलय $y^2 = 4x$ के बिन्दु (x, y) पर वक्ता किया जाए।

(स) वक्त $x = \log_e \frac{y}{2x}$ पर नति परिवर्तन बिन्दु ज्ञात कीजिए।

इकाई - III

प्रश्न(३)(अ) $\int \frac{dx}{(2x+1)\sqrt{4x+3}}$ का मान ज्ञात कीजिए।

(ब) सिद्ध कीजिए : $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x} = \frac{\pi}{2ab}$

(स) परवलयों $y^2 = 4ax$ और $x^2 = 4ay$ के बीच के उभयनिष्ठ क्षेत्रफल को ज्ञात कीजिए।

इकाई - IV

प्रश्न(५)(अ) हल कीजिये: $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$

(ब) हल कीजिये: $x \frac{dy}{dx} - 2y = x^2$

(स) हल कीजिये: $\frac{d^3y}{dx^3} - 3 \frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 0$

इकाई - V

प्रश्न(५)(अ) हल कीजिये: $\frac{dx}{dt} + wy = 0$, $\frac{dy}{dt} - wx = 0$

(ब) हल कीजिये: $\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + 2x + y = 0$, $\frac{dy}{dt} + 5x + 3y = 0$

(स) हल कीजिये : $\frac{dx}{x(y-z)} = \frac{dy}{y(z-x)} = \frac{dz}{z(x-y)}$

बी.एस.सी. - प्रथम वर्ष

आंतरिक मूल्यांकन परीक्षा 2021-22 (ऑनलाइन)

विषय - गणित

प्रश्नपत्र - तृतीय (सदिश विश्लेषण एवं ज्यामिति)

पूर्णांक - 50

नोट - प्रत्येक इकाई से कोई रुक्त प्रश्न हल करें। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

इकाई - 1

प्रश्न (1) (अ) यदि $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ तीन असमतलीय सदिश हों, तो सिद्ध कीजिए कि -

$$[\vec{a} \times \vec{b} \quad \vec{b} \times \vec{c} \quad \vec{c} \times \vec{a}] = [\vec{a} \quad \vec{b} \quad \vec{c}]^2$$

अथवा

(ब) यदि $\vec{r} = \log(1+t^2)i + \sin t j - t^2 k$ हो, तो

(i) $\frac{d\vec{r}}{dt}$, (ii) $\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$, (iii) $\left| \frac{d\vec{r}}{dt} \right|$ के मान $t=0$ पर ज्ञात कीजिए।

इकाई - 2

प्रश्न (2) (अ) यदि $\vec{a} = t\hat{i} - 3\hat{j} + 2t\hat{k}$

$$\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$\vec{c} = 3\hat{i} + t\hat{j} - \hat{k}$$

हो, तो $\int_1^2 \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) dt$ का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

(ब) यदि S गोले $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ का पृष्ठ है तो गोले के

डाइवर्जेन्स प्रमेय से सिद्ध कीजिए कि $\iint_S \vec{r} \cdot \vec{n} dS = 108\pi$

इकाई - 3

प्रश्न(3)(अ) एक वृत्त रेखा आधारकार अतिपरवलभ $xy = 1$ को (x_r, y_r) : $r = 1, 2, 3, 4$ पर काटता है तो सिद्ध कीजिए

कि $x_1 x_2 x_3 x_4 = y_1 y_2 y_3 y_4 = 1$.

अथवा

(ब) शांकव का ध्रुवीय समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी उल्केन्द्रिता e है एवं नामिलम्ब जीवा $2l$ है।

इकाई - 4

प्रश्न(4)(अ) उस शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए, जिसका शीर्ष (α, β, γ) और आधार बक्क $ax^2 + by^2 = 1, z=0$ है
अथवा

(ब) दर्शाइये कि निर्देशांकों से होकर जाने वाले शंकु का व्यापक समीकरण $fyz + gzx + hxy = 0$ से व्यक्त होता है

इकाई - 5

प्रश्न(5)(अ) परवलभ $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3} = z$ के विन्दु $(4, 3, 5)$ पर अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए।

अथवा

(ब) दर्शाइये कि एक दीर्घवृत्त के नाभिगत शांकवों की उल्केन्द्रिताओं का गुणनफल इकाई होता है।